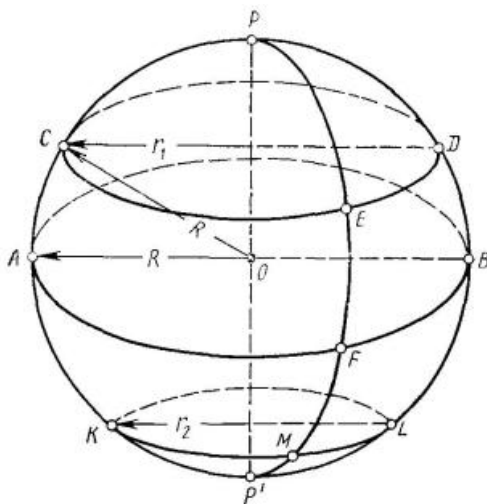


საერთო ცნებები სფერული გეომეტრიიდან-სფერო, სფეროს რადიუსი, სფერული კუთხე, სფერული სამკუთხედი, დიდი და მცირე წრეწირები სფეროზე.

## საერთო ცნებები სფერული გეომეტრიიდან სფერო

ასტრონავიგაციური ამოცანების ამოხსნისათვის გამრგვალი შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც სფეროს ზედაპირი; დამკვირვებელი სფეროს ცენტრიდან აკვირდება მნათობებს, რომლებიც განლაგებულია ცის, ანუ სფეროს ზედაპირზე.



ნახ.1 სფერო

კვეთის წერტილებს - პოლუსები.  $PP'$  - სფეროს ღერძია,  $P$  და  $P'$  წერტილები კი, პოლუსები.

მონაკვეთი  $OC$  - სფეროს რადიუსია. დიამეტრი მასზე გამავალი ყველა მცირე წრეწირისა და ერთი დიდი წრეწირის ღერძია.  $PP'$  - დიამეტრი დიდი წრეწირის  $AFB$  და მცირე წრეწირების  $CED$  და  $KML$  ღერძია.

წრეწირის სფერული რადიუსი არის დიდი წრეწირის რკალი ამ წრეწირის პოლუსიდან მის ნებისმიერ წერტილამდე. სფერული რადიუსი იზომება გრადუსულ ზომაში და შეიძლება ჰქონდეს მნიშვნელობა  $0$ -დან  $90^\circ$ -მდე - მცირე წრეწირისთვის. ასე, მცირე წრეწირისთვის სფერული რადიუსი არის  $T = \cup PA = \cup PB = \cup PF \approx 40^\circ$  დიდი წრეწირისთვის  $R = \cup PD = \cup PA = \cup PC = 90^\circ$  (დიდი წრეწირი  $AFB$ ).

სფეროს ზედაპირის ყოველი წერტილი ერთიდაიმავე მანძილითაა დაშორებული სფეროს ცენტრს. ეს მანძილი - სფეროს რადიუსია ( $R$ ).

სფეროს ცენტრზე გამავალი ყოველი სიბრტყე გადაკვეთს სფეროს ზედაპირს წრეწირზე, რომლის ცენტრი თანხვდება სფეროს ცენტრს. ასეთ წრეწირს დიდ წრეწირს უწოდებენ.

სფეროს მკვეთი სიბრტყე, რომელიც ცენტრში არ გაივლის, სფეროს ზედაპირზე მოგვცემს მცირე წრეწირს (ნახ.1). პირველ ნახაზზე ნაჩვენებია სფერო და მასზე გამავალი დიდი წრეწირი  $AFB$ , მცირე წრეწირები  $CED$  და  $KML$ . დიდი წრეწირის მართობულად გამავალ დიამეტრს სფეროს ღერძი ეწოდება, ხოლო მისი სფეროს ზედაპირიდან

## სფერული კუთხე

მეორე ნახაზზე გავლებულია ორი დიდი წრეწირი (ნაჩვენებია მხოლოდ ნახევარი წრეწირები) -  $PAP'$  და  $PBP'$ .

$PM$  არის  $\cup PA$  მხები  $P$  წერტილში  $PN$

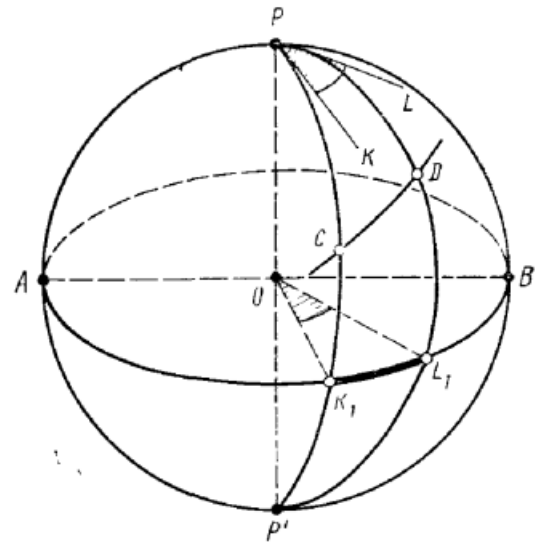
არის  $\cup PB$  მხები  $P$  წერტილში

(ნახ.2) მაშინ  $\angle MPN$  არის სფერული კუთხე ორი დიდი წრის რკალებს  $\cup PA$  და  $\cup PB$  შორის. სფერული კუთხე სფეროს ზედაპირზე წარმოიქმნება ორი დიდი წრეწირის რკალების კვეთით. ამ რკალებს სფერული კუთხის გვერდები ეწოდება, ხოლო მათი კვეთის წერტილს - წვერო. ყოველ სფერულ კუთხეს შეესაბამება ორწახნაგოვანი კუთხე სფეროს შიგნით, შედგენილი ამ სფერული კუთხის გვერდებზე გამავალი სიბრტყეებით. სფერული კუთხეები იზომება გრადუსებში შემდეგი მეთოდებით:

- ხაზოვანი კუთხით, რომელიც შედგენილია სფერული კუთხის გვერდებზე გამავალი მხებებით წვეროს წერტილიდან ( $\angle MPN$  ნახაზზე);
- დიდი წრეწირის რკალით ორ გვერდს შორის, რომელთა პოლუსია ამ სფერული კუთხის წვერო, რადგანაც ეს რკალი ზომავს ცენტრალურ კუთხეს, რომელიც მხებების შორის კუთხის ტოლია:

$$\cup AB = \angle AOB = \angle PMN$$

სფერული კუთხის საზომად მიღებულია მხოლოდ ისეთი დიდი წრეწირის რკალი, რომელიც დაშორებულია სფერული კუთხის წვეროს  $90^\circ$ -ით. ასე, მეორე ნახაზზე  $\cup KE$  არ უდრის სფერულ კუთხე  $PAB$ -ს. სფერული კუთხის სიდიდე შეიძლება იყოს  $0$ -დან  $180^\circ$  -მდე.

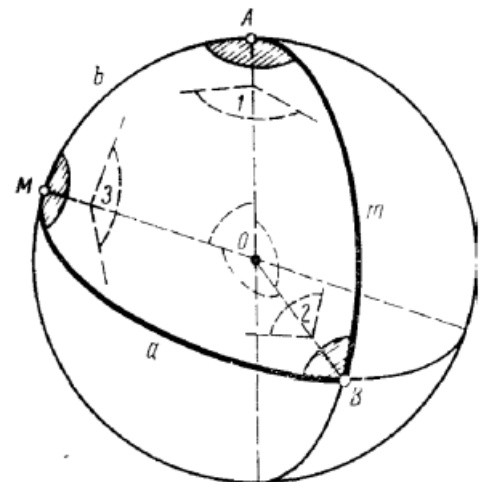


## სფერული სამკუთხედი

სფერული სამკუთხედი წარმოიქმნება სფეროს ზედაპირზე სამი დიდი წრეწირის რკალების ურთიერთ კვეთის შედეგად. მესამე ნახაზზე ეს არის სამკუთხედი  $AMB$  (ნახ.3). სფერული სამკუთხედის ელემენტებია სფერული გვერდები და კუთხეები, რომლებიც იზომება გრადუსულ ერთეულებში. ყოველ სფერულ კუთხეს სფეროს ცენტრთან შესაბამება სამწახნაგოვანი კუთხე, მიღებული სამი დიდი წრეწირის სიბრტყეების კვეთის შედეგად. ასე, სფერული სამკუთხედი  $ABM$  - კუთხეები აღნიშნულია ასოებით  $A, B$  და  $M$ , ხოლო გვერდები

შესაბამისად  $a, b$  და  $m$ .

კუთხეები შესაბამისად უდრის ორწახნაგოვან კუთხეებს, შედგენილს მათზე



გამავალი დიდი წრეწირების სიბრტყეებით. ასე,  $\angle A = \angle 1$ ;  $\angle B = \angle 2$ ;  $\angle M = \angle 3$ .

სფერული სამკუთხედის გვერდები. შესაბამისად უდრის ბრტყელ კუთხეებს სამწახნაგოვანი კუთხის წახნაგებს შორის. ასე,  $a = \angle BOM$ ;  $b = \angle AOM$ ;  $m = \angle AOB$ .

თუ მივიღებთ მხედველობაში ორწახნაგოვანი და სამწახნაგოვანი კუთხეების თვისებებს, ასეთი კუთხეების ჯამის თვისებებს, შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

- სფერული სამკუთხედის ერთი გვერდის ან ერთი კუთხის სიდიდე არ შეიძლება იყოს  $180^\circ$ -ზე მეტი;
- სფერული სამკუთხედის გვერდების ჯამი შეიძლება იყოს  $0^\circ \div 360^\circ$ -ის ფარგლებში;
- სფერული სამკუთხედის კუთხეების ჯამი დევს  $180^\circ \div 540^\circ$ -ის ფარგლებში;
- ტოლი კუთხეების პირდაპირ ტოლი გვერდები დევს და პირიქით;
- უდიდესი კუთხის მოპირდაპირედ უდიდესი გვერდი დევს.

ეს წესები საჭიროა გვახსოვდეს სფერული სამკუთხედის ამოხსნის დროს, ანუ მისი ელემენტების პოვნისთვის. არ უნდა გაკეთდეს შეცდომითი დასკვნა იმის შესახებ, რომ სფერული სამკუთხედის ნებისმიერი კუთხე მოპირდაპირე გვერდის ტოლია. ეს სწორია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ამ კუთხის წვერო არის მოპირდაპირე გვერდის პოლუსი, ანუ როცა ორი დანარჩენი გვერდიდან ყოველი მათგანი  $90^\circ$ -ია.

მესამე ნახაზზე სფერულ სამკუთხედში ( $\triangle ABM$ )  $\angle A = a$ , რადგანაც წერტილი  $A$  არის  $BM$  გვერდის პოლუსი.

გვერდების ან კუთხეების სიდიდის მიხედვით სფერული სამკუთხედი შეიძლება იყოს ბლაგვკუთხა, მართკუთხა და მეოთხედური.

- თუ სფერულ სამკუთხედში ერთი რომელიმე კუთხე  $90^\circ$ -ია, ასეთი სამკუთხედი მართკუთხაა. შეიძლება სფერულ სამკუთხედში მართი იყოს ორი ან სამი კუთხეც;
- თუ სფერულ სამკუთხედში ერთი რომელიმე გვერდი  $90^\circ$ -ია, მას მეოთხედურს ეძახიან. შეიძლება სფერულ სამკუთხედში მართი იყოს ორი და სამი გვერდიც.

## ციური სფერო

ცნობილია, რომ ნავიგაციაში ადგილმდებარეობის განსაზღვრისთვის საჭიროა სახმელეთო ორიენტირების, საგნების მდებარეობის ცოდნა ნავიგაციურ რუკაზე, ანუ დედამიწის ზედაპირზე.

ასტრონავიგაციაში ასევე საჭიროა

ციური სხეულების

ადგილმდებარეობის ცოდნა

სფეროზე. ამასთანავე

გასათვალისწინებელია ის

გარემოება, რომ ციური სხეულები

განუწყვეტლივ მოძრაობენ და

იცვლიან თავიანთ მდებარეობას

ცამრგვალზე.

მნათობთა მოძრაობა ადვილი

წარმოსადგენია დამხმარე სფერულ

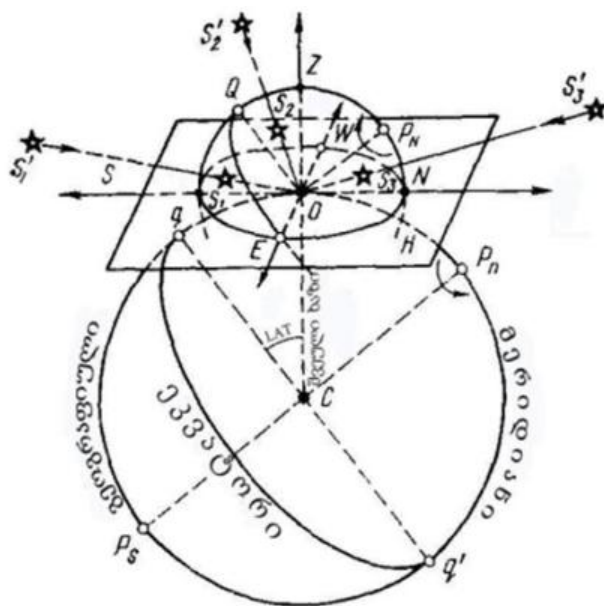
ზედაპირზე.

ამიტომ

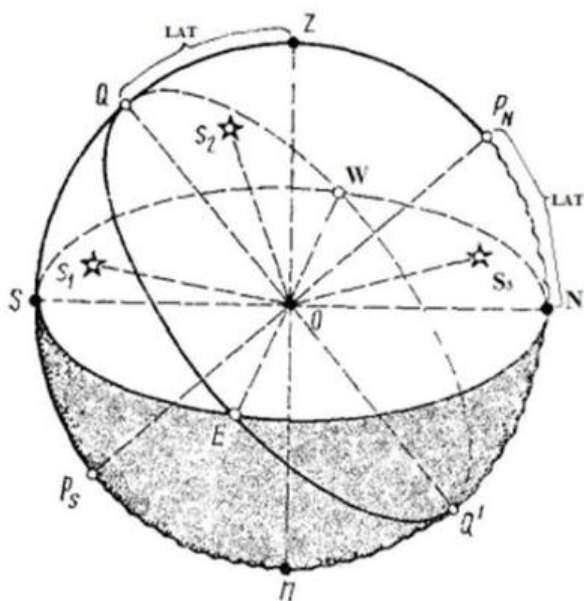
ასტრონავიგაციური ამოცანების

პრაქტიკული ამოხსნისა და შემდგომ

გასაადვილებლად ასტრონომიაში



ნახ 4. დედამიწა და ციური სფერო



ნახ 5. ციური სფერო

არსებობს ცნება „დამხმარე ციური სფერო“, რომელზეც თითქოს განლაგებულია მნათობები. დამხმარე ციური სფეროს ცენტრი გათვალისწინებულია გარკვეულ წერტილში. ციური სფეროს ცენტრის განთავსება მიღებულია ან დამკვირვებლის თვალში, ან დედამიწის ცენტრში. ამასთანავე, მიიღება ერთი და იმავე დამხმარე ციური სფეროს ორი სხვადასხვა სურათი.

განვიხილოთ სფეროს სურათი, რომლის ცენტრი დამკვირვებლის თვალში მდებარეობს. მეოთხე ნახაზზე ნაჩვენებია დედამიწა (ქვედა ფიგურა):  $P_N P_S$  - ჩრდილო და სამხრეთი გეოგრაფიული პოლუსები.  $qq'$  - დედამიწის ეკვატორი; დამკვირვებელი არის 0 წერტილში

დედამიწის ზედაპირზე, მისი განედი  $LAT = \cup qO$ .

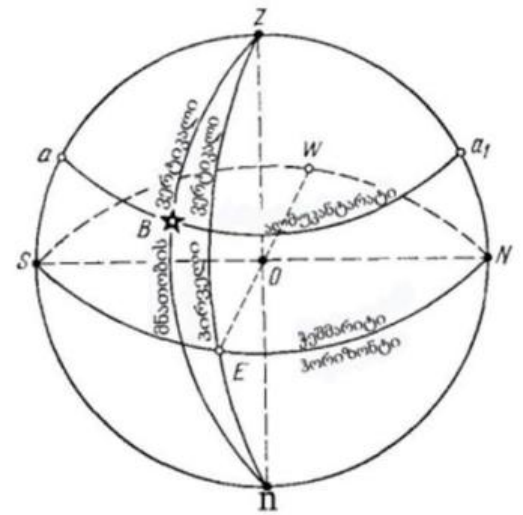
ვუშვებთ, რომ დედამიწა სფეროა, რომელიც ბრუნავს დასავლეთიდან აღმოსავლეთის მიმართულებით (ისარი წერტილ  $P_N$ -თან). ავლნიშნოთ შვეული  $OC$  ვერტიკალური ხაზი და მივიღებთ მის მართობულ ჰეშმარიტი ჰორიზონტის სიბრტყეს  $H$ . ამ სიბრტყის კვეთა გეოგრაფიულ მერიდიანის სიბრტყესთან, რომელიც წერტილ  $O$ -ზე გადის, მოგვცემს შუადღის ხაზს  $NS$ . ეს მიმართულება და მასთან მართობული  $EW$  მიმართულება გვიჩვენებს ჰორიზონტის მთავარი რუმბების მიმართულებებს.

$OS'_1$ ;  $OS'_2$ ;  $OS'_3$  მიმართულებები - ეს არის მიმართულებები დამკვირვებლის



ახლა ავაგოთ წერტილი 0-ს გარშემო ნებისმიერი რადიუსის სფერო და გავავლოთ ამ წერტილზე სიბრტყეები და ხაზები, პარალელური შესაბამისი სიბრტყეებისა და ხაზების დედამიწის ზედაპირზე ანუ დედამიწის ღერძის, ეკვატორიის, გეოგრაფიული მერიდიანის პარალელურად. სფეროზე მიღებული ყველა წრეწირი იქნება დიდი წრეწირი რადგანაც გადიან 0 წერტილზე ანუ სფეროს ცენტრში ამასთანავე ავლნიშნოთ მნიშვნელოვანი დამოკიდებულება:

$QOZ=<qCO=LAT$ , როგორც კუთხეები  
შესაბამისი პარალელური გვერდებით. ხაზი PNO ასევე



ნახ 6. კორიზონტთან დაკავშირებული

კოორდინატების წრეწირები

## წარმოქმნის ჭეშმარიტი ჰორიზონტის

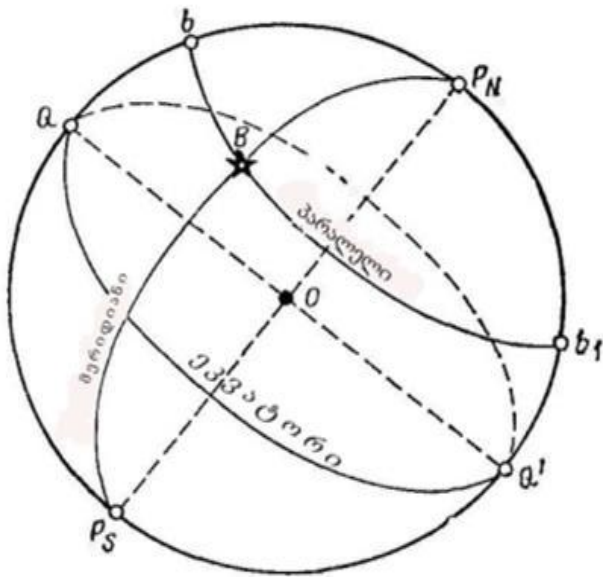
სიბრტყესთან  $LAT$ -კუთხეს, რადგანაც კუთხეების  $\angle NOP$  და  $\angle QOZ$  გვერდები ურთიერთმართობულია.

დამკვირვებელს დედამიწის  
ზედაპირიდან შეუძლია  
შეამჩნიოს მისი მოძრაობა ციური სფეროს  
საპირისპირო მიმართულებით მოძრაობის გამო, ანუ  
აღმოსავლეთიდან დასავლეთისკენ.

გადავიტანოთ 0-წერტილი ცალკე დედამიწის  
გამოსახულებისგან და ავაგოთ მის  
გარშემო დედამიწური სიბრტყეები და  
ხაზები შესაბამისად რეალურისა. მივიღებთ  
უფრო მარტივი ციური სფეროს პირობით  
გამოსახულებას, რომელიც გამოიყენება ციური  
მნათობების მოძრაობის შესასწავლად და ზოგი  
ასტრონავიგაციური ამოცანის ამოცანის  
ამოსახსნელად. ამ სფეროს სიბრტყეებს, წერტილებს

და ხაზებს აქვთ სახელწოდებები, რომლებიც კავშირშია დედამიწაზე შესაბამისი სიბრტყეების, წერტილების და ხაზების სახელწოდებებთან.

- დიამეტრი  $ZOn$  - შვეული ხაზის გაგრძელება სფეროს ზედაპირის კვეთამდე. დამკვირვებლის თავს ზევით-წერტილი  $Z$  - ზენიტი საპირისპირო მხარეს - წერტილი  $n$  - ნადირი;
- დიდი წრეწირი, რომლის სიბრტყე NESWN მართობულია შვეული ხაზის  $ZOn$ -ის მიმართ, არის ჭეშმარიტი ჰორიზონტი. ის ყოფს სფეროს ორ ნაწილად: ჰორიზონტს ზევითა და ჰორიზონტს ქვევითა ნაწილებად; პირველში წერტილი ზენიტია ( $Z$ ), ხოლო მეორეში - წერტილი ნადირი ( $n$ );
- დიდი წრეწირი  $P_NZP_SnP_n$ , რომლის სიბრტყე პარალელურია დედამიწაზე დამკვირვებლის გეოგრაფიული მერიდიანისა, დამკვირვებლის მერიდიანია, ხოლო ხაზი  $P_NP_S$  რომელიც



დედამიწის ღერძის პარალელურია - სამყაროს ღერძი.

- ღერძის ბოლოების კვეთა სფეროს ზედაპირთან იძლევა სამყაროს პოლუსებს  $P_N$  - სამყაროს ჩრდილოეთი პოლუსი;  $P_S$  - სამყაროს სამხრეთი პოლუსი. ჰორიზონტის ზედა ნაწილში მდებარე პოლუსმა მიიღო სახელწოდება: ამალღებული პოლუსი, ხოლო ჰორიზონტის ქვედა ნაწილში მდებარე - დადაბლებული პოლუსი. ამალღებული პოლუსის სიმაღლე ყოველთვის შეესაბამება დამკვირვებლის გეოგრაფიული განედის სახელწოდებას;
- დამკვირვებლის მერიდიანი ყოფს სფეროს ორ ნაწილად - აღმოსავლეთ და დასავლეთ ნაწილებად. ჭეშმარიტი ჰორიზონტისა და დამკვირვებლის მერიდიანის სიბრტყეების კვეთა მოგვცემს წერტილებს  $N$  და  $S$  ხოლო მათ შემაერთებელ ხაზს შუადღის ხაზი ჰქვია ეს სახელწოდება ამ ხაზმა იმიტომ მიიღო, რომ საგნების ჩრდილები ამ ხაზს სწორედ შუადღისას მიჰყვებიან რამდენადაც მზე ამ დროს ზენიტიდან სამხრეთითაა გადახრილი და ჩრდილი მიმართულია ჩრდილოეთისკენ;
- სამყაროს ღერძი ( $P_N P_S$ ) ყოფს სფეროს ორ ნაწილად საშუაღამისო ნაწილად- წერტილი ნადირით ( $N$ ) და საშუაღამისო ნაწილად- წერტილი ზენიტით ( $Z$ ) ეს სახელწოდებები დაკავშირებულია მზის გავლასთან დამკვირვებლის მერიდიანის შესაბამის ნაწილებზე შუაღამეს და შუადღეს;
- დიდი წრეწირი  $QEQ'WQ$ , რომლის სიბრტყე სამყაროს ღერძის მართობულია, ციური ეკვატორია. ციური ეკვატორით სფერო იყოფა ჩრდილო და სამხრეთ ნახევარსფეროებად;
- ციური ეკვატორისა და ჭეშმარიტი ჰორიზონტის სიბრტყეების კვეთაში ვლდებულობთ ჰორიზონტის წერტილებს  $E$  - აღმოსავლეთი და  $W$  - დასავლეთი. ამგვარად, ეს წერტილები და ადრე ხსენებული წერტილები  $N$  და  $S$  ჭეშმარიტ ჰორიზონტს ყოფენ ოთხ ნაწილად:

$NE$  - ჩრდილო - აღმოსავლეთი;

$SE$  - სამხრეთ - აღმოსავლეთი;

$SW$  - სამხრეთ - დასავლეთი;

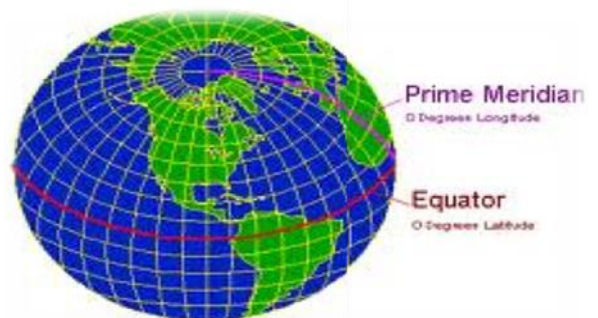
$NW$  - ჩრდილო - დასავლეთი.

ამგვარად, შეგვიძლია დავასკვნათ, დამხმარე სფერო ნებისმიერი რადიუსით, რომლის ყველა ხაზი და სიბრტყე პარალელურია დედამიწის ზედაპირზე განლაგებული შესაბამისი ხაზებისა და სიბრტყეებისა, არის ციური სფერო.

სფერულ ასტრონომიაში არის ცნება მცირე და დიდი წრეწირების (დამხმარე წრეწირები) შესახებ, რომლებსაც კოორდინატურ წრეებს უწოდებენ.

დიდი წრეწირები, რომელთა სიბრტყეები გადიან შვეულ ხაზზე და, მაშასადამე, ზენიტისა და ნადირის წერტილებზეც, ვერტიკალები ჰქვია.

ნებისმიერი ვერტიკალის სიბრტყე ჭეშმარიტი ჰორიზონტის სიბრტყის მართობულია. მიღებულია ვერტიკალის იმ ნახევარწრის განხილვა, რომელზედაც მნათობი იმყოფება ასე  $\cup ZBn$  არის მნათობი  $B$ -ს ვერტიკალი (ნახ.6) ჭეშმარიტი ჰორიზონტის



სიბრტყის პარალელურად გამავალ მცირე წრეწირებს ალმუკანტარატები ჰქვია.

მცირე წრეწირები *aba'* - ალმუკანტარატია. დიდი წრეწირები, რომელთა სიბრტყეები გადიან სამყაროს პოლუსზე და, მაშასადამე, სფეროს ღერძზეც, ციური მერიდიანებია. ციურ მერიდიანს ასევე მნათობის დახრილობის კუთხის წრეწირსაც უწოდებენ.

ნებისმიერი ციური მერიდიანის სიბრტყე ციური ეკვატორიის სიბრტყის მართობულია. ციური მერიდიანის იმ ნახევარ წრეწირს განიხილავენ, რომელზედაც მნათობი იმყოფება.

მერიდიანი ან დახრილობის კუთხის წრეწირი მნათობი *B*-თვის არის წრეწირი  $P_N B P_s$  მცირე წრეწირებს, რომელთა სიბრტყეები ციური ეკვატორის სიბრტყის პარალელურია - პარალელები ჰქვია. მაგალითად, პარალელია მცირე წრეწირი *bBb*<sub>1</sub>.

დამკვირვებლის მერიდიანი ერთდროულად მერიდიანიც არის და ვერტიკალიც. ეს წრეწირი საწყისი წრეწირია მნათობთა ორ კოორდინატურ სისტემაში.

მნათობის მდებარეობა ცაზე ზოგადად განისაზღვრება ორი კოორდინატური წრეწირის კვეთით, ხოლო კოორდინატური წრეწირის მდებარეობა გვიჩვენებს შესაბამის კუთხეს, ან რკალს, რომელიც აითვლება ძირითადი ანუ საწყისი სიბრტყეებიდან (წრეწირებიდან).